

Aufgabenstellung

Der Kaiser von China spielt mit einem Bauern Schach. Nachdem er das Spiel verloren hat, ist der Kaiser großzügig und will dem Bauern jeden Wunsch erfüllen. Der Bauer gibt sich bescheiden und verlagert für das erste Schachfeld ein Reiskorn, für das zweite zwei Reiskörner, usw.

Allgemein verlangt er für jedes Schachfeld doppelt so viele Reiskörner wie für das Vorhergehende.

Wieviel Reis muss der Kaiser von China abtreten?

Nummerische Lösung

Ein Schachbrett hat $8 \cdot 8 = 64$ Felder. Für das i -te Feld, $1 \leq i \leq 64$, muss der Kaiser 2^{i-1} Reiskörner abgeben.

Insgesamt muss er also $\sum_{i=1}^{64} 2^{i-1}$ Reiskörner abgeben.

Das sind $2^{64} - 1 = 18446744073709551615 \approx 1,84 \cdot 10^{19}$ Reiskörner.

Vergleiche

Wie viel sind 18.446.744.073.709.551.615 Reiskörner?

Erdabdeckung

Würde man die Erde gleichmäßig mit Reiskörnern abdecken, wie hoch wäre diese Schicht?

Die Erde hat eine Oberfläche von ca. 510 Millionen km^2 , ein Basmati-Reiskorn ist ca 6,5 mm lang, hat einen Durchmesser von ca. 1,5 mm und hat vereinfacht eine Kreiszylinderform.

Daraus ergibt sich folgende Gleichung, bei der x die Höhe der Reisschicht ist:

$$x \cdot A_{\text{Erde}} = (2^{64} - 1) \cdot 6,5\text{mm} \cdot (1,5\text{mm})^2 \cdot \pi \quad (1)$$

$$x = \frac{(2^{64} - 1) \cdot 6,5\text{mm} \cdot (1,5\text{mm})^2 \cdot \pi}{A_{\text{Erde}}} \quad (2)$$

$$x = \frac{(2^{64} - 1) \cdot 45,9458\text{mm}^3}{510 \cdot 10^6 \cdot 10^{12}\text{mm}^2} \quad (3)$$

$$x = \frac{8,47550 \cdot 10^{20}\text{mm}^3}{510 \cdot 10^{18}\text{mm}^2} \quad (4)$$

$$x = 1,662\text{mm} \quad (5)$$

Die Erde könnte also komplett mit ca. 1,662 mm Reis, also etwas mehr als einem Reiskorn, bedeckt werden.

Reispackungen

Den vorhergehenden Vergleich finde ich noch etwas unpraktisch. Wieviele Reispackungen wären das?

Eine handelsübliche Packung Reis beinhaltet ca. 1 kg Reis. Ein Reiskorn wiegt ca. 65 mg.

$$x := \text{Reispackungen} \quad (6)$$

$$x \cdot 1\text{kg} = 65\text{mg} \cdot (2^{64} - 1) \quad (7)$$

$$x \cdot 10^6\text{mg} = 1199038364791120854975\text{mg} \quad (8)$$

$$x \approx 1,2 \cdot 10^{15} \quad (9)$$

Reispackungen pro Person

Auch $1,2 \cdot 10^{15}$ ist noch zu groß, um sich etwas darunter vorstellen zu können.

Wie viele Reispackungen wären das pro Person auf der Erde?

$$x := \text{Reispackungen pro Mensch} \quad (10)$$

$$x = \frac{1,2 \cdot 10^{15}}{6,93 \cdot 10^9} \quad (11)$$

$$x \approx 1,7 \cdot 10^5 \quad (12)$$

Jeder Mensch würde also 170.000 Packungen Reis von Kaiser von China bekommen. Um den täglichen Kalorienbedarf zu decken werden ca. 1,1 kg Reis benötigt. Es könnten also alle Menschen der Erde ca. 154.545 Tage, das sind über 423 Jahre, ernährt werden!

Marktwert

Reis kostet auf dem Weltmarkt ca. 600 US-Dollar pro metrischer Tonne¹.

$$x := \text{Marktwert} \quad (13)$$

$$x = \frac{1,2 \cdot 10^{15}}{1000} \cdot 600 \text{ US-Dollar} \quad (14)$$

$$x = 720000000000000 \quad (15)$$

Der Reis hätte also einen Marktwert von 720 Billionen US-Dollar.

Zum Vergleich: Das BIP der gesamten Welt, also die Summe der Werte aller Güter und Dienstleistung, lag 2007 bei ca. 54 Billionen US-Dollar².

¹<http://www.markt-daten.de/charts/imf/imf014.htm> . Daten von 2010. Abgerufen am 8. Mai 2011.

²<http://www.bpb.de/wissen/I6PFEV,0,WeltBruttoinlandsprodukt.html> . Daten von 2007. Abgerufen am 8. Mai 2011.